## 1. Portuguese economic data and computation of growth rates

**1.1 (Excel-based) Download the file “MA2 - 2022-2023 - AP1” from Fenix and perform the following exercises:**

1.1.1 Perform the necessary calculations and fill in the columns:

* + - 1. Population (1991-2021) **Uma vez que para este anos temos os dados do PIB e do PIB per capita, de dividirmos o PIB pelo PIBper capita obteremos a população. No entanto, cuidado com as unidades de cada coluna! (chamar a atenção) o PIB está me milhares de milhões de euros e o PIBpc está em euros. Logo, depois de dividirmos GDP/GDPpc temos de multiplicar por 1000000. A forma mais fácil e prárica de fazer é criando, na célula C39, a fórmula =B39/D39\*1000000 e depois arrastar a formula pela coluna abaixo premindo no canto inferior direito da célula e arrastando (suponho que saibam fazer; caso contrário digam-me).**
			2. GDP per capita (1960-1990) **Semelhante à anterior, mas partindo do PIB e população para o PIBpc. Mais uma vez, cuidado com as unidades – é necessário multiuplicar por um milhão. Mais uma vez, fazer por formula e arrastar.**
			3. Annual GDP growth rate **Queremos a taxa de crescimento anual, ano a ano. Não podemo faze-lo para 1960 pois não temos os dados do ano anterior, por isso começamos em 1961, inserindo a formula =B9/B8-1 (formula habitual da taxa de crescimento – explicar aos alunos que tanto pode ser (Xt+1-Xt)/Xt como (Xt+1/Xt)-1 , que ématematicamente equivalente. Depois, arrastar para as outras células da coluna.**
			4. Annual population growth rate **Semelhante à anterior, mas partindo da coluna C em vez da B.**
			5. Annual GDP per capita growth rate **Semelhante à anterior, mas partindo da coluna D.**

1.1.2. Plot the evolution over time of GDP per capita in a graph and discuss economically the trend over time, and whether you can identify distinct periods and important fluctuations in the data series. What could the causes of these fluctuations have been? **Criar gráfico com a ferramenta Insert graph. Pode ser gráfico de linha ou barras – verifiquem é se as opções dos esdtuantes fazem sentido e são legíveis. Muitas vezes é necessário trabalhar com as ferramentas Chart Fileters e Select Data para conseguirmos que os gráficos representem o que queremos – muitas vezes é algo trabalhosos e pouco intuitivo. Ensaiem por favor em casa antes da aula para garantirem que sabem fazê-lo e exçplicá-lo aos estudantes na aula. No ficheiro Excel com a resolução que vos enviei, incluí este gráfico e o da questão seguinte. Se tiverem dificuldades, contactem-me. Uma vez criado o gráfico, a discussão deve ser sobretudo económica: a tendência ao longo do tempo; comparar os valores inicial e final da variável (que é a preços constantes, recordem); quais os períodos de expansão, recessão e principais crises (e a que terão estado associados). Idealmente, os esdtuantes deverão fazer esta reflexão e preparer respostas em grupo antes da discussão ser feita no conjunto da turma e com o enquadramento e esclarecimentos do professor.**

1.1.3. Plot the evolution over time of the GDP per capita growth rate in a graph and continue the discussion from 1.1.2. Are there any interesting/relevant additional facts/patterns which you can identify?

**Idêntico ao anterior. As recessões e expansões tornam-se bastante mais facilmente identificáveis. Podem também assinalar como a tendência ao longo do tempo é para a diminuição da taxa anual de crescimento (podem alias usar a ferramenta Add trend do gráfico para mostrar isso, se acharem útil).**

1.1.4. Compute the discrete and continuous annual average growth rates of Portugal’s GDP per capita between 1960 and 2021. Compare the two figures.

**A formula da taxa média de crescimento anual discreta é: (Xt/X0)1/t-1 ou, por outras palavras, raíz t (sendo t o número de períodos) do rácio entre o valor final e o valor inicial da variável, tudo isto menos 1.**

**Explicar aos estudantes que vem da resolução em ordem a r (taxa de crescimento) da equação de crescimento discreta:**

**Xt = X0 . (1+r)t ⬄**

**Xt/X0 = (1+r)t ⬄**

**(Xt/X0)1/t = 1+r ⬄**

**r = (Xt/X0)1/t-1**

**No caso, o resultado dá (19030/3682)1/61-1= 0,0273~ = ~2,7%**

**Discutir quantas casas decimais faz sentido reter (nenhuma será pouco, três será exagerado, mas não há uma resposta única necessariamente certa).**

**A formula da taxa média de crescimento anual contínua é: ln(Xt/X0)/tou, por outras palavras, logaritmo do rácio entre o valor final e o valor inicial da variável, a divider pelo número de períodos.**

**Explicar aos estudantes que vem da resolução em ordem a r (taxa de crescimento) da equação de crescimento continua (exponencial):**

**Xt = X0.er.t ⬄**

**Xt/X0 = er.t ⬄**

**ln(Xt/X0) = ln(er.t) ⬄**

**ln(Xt/X0) = r.t ⬄**

**r = ln(Xt/X0) / t**

**No caso, o resultado dá ln(19030/3682) / 61= 0,0269~ = ~2,7%**

**Assinalar que o resultado, quando as taxas de crescimento são pequenas (até 10%, mais ou menos)., o sresultaods das duas formulas são muito próximos. Quando começamos a falar de taxas de crescimento mais elevadas (30%, 40%, 70% e por aí fora), começam a afastar-se significativamente.A taxa continua é sempre ligeiramente inferior à discreta. Ambas são corretas, dependendo de como modelizarmos o processo de crescimento: são, respetuvamente, a taxa r que resolve as equações correspondentes a cada um dos processos de crescimento alternativos indicados. Nos exercícios, devem utilizer aquela que for pedida – se nenhuma for pedida explicitamente, podem utilizer a que quiserem.**

1.1.5. Compute the continuous average growth rates of GDP per capita for the periods 1960-1970; 1970-1980; 1980-1990; 1990-2000; 2000-2010; and 2010-2020. Discuss your findings in a comparative economic perspective.

**1960-1970: ln(6595/3682)/10 = ~5,8%**

**1970-1980: ln(9463/6595)/10 = ~3,6%**

**1980-1990: ln(13224/9463)/10 = ~3,3%**

**1990-2000: ln(17231/13224)/10 = ~2,6%**

**2000-2010: ln(18033/17231)/10 = ~0,5%**

**2010-2020: ln(18090/18033)/10 = ~0,0%**

**Discutir economicamente o que entenderem, procurando sobretudo estimular o pensamento e discussão dos estudantes. Assinalar a tendência continua de abrandamento, década a década. Estimular a disucssão criativa dos estudantes. Podem referir, quanto aos anos 60, o arranque da industrialização tardia da economia portuguesa, a mudança de attitude dentro da ditadura num sentido modernizador (planos de fomento), a abertura ao exterior (adesão à EFTA), o efeito de arrastamento do crescimento das outras economias industrializadas (30 anos gloriosos, etc); década de 70: crise estrutural internacional, choques energéticos, turbulÊncia política em Portugal – mas ainda assim, a taxa média de crescimento é notavelmente elevada comparada com os tempos mais recentes. Décadas de 80 e 90: adesão à CEE, afluxo de fundos comunitários, liberalização da economia portuguesa, mas a desaceleração vai-se instalando. Décadas de 2000 e 2010: choques competitivos (adesão da China à OMC, dos países de leste à UE), adesão à UEM e possíveis disfuncionalidades, crise do subprime, crise das dívidas soberanas, troika e austeridade, crise pandémica, etc. Assinalar que não há respostas certas únicas, mas podemos e devemos ter discussões informadas e tão rigorosas quanto possível. Assinalar que regressaremos a este tema (dilemas da estagnação e crescimento português) mais para a feente na cadeira.**

1.1.6 At the average annual growth rate for 1960-2021, how many years from 2021 will it take for GDP per capita to reach 25,000 Euros? What about if the growth rate is the same as the average for 2000-2021?

**1ª parte do exercício:**

**Se a taxa é a discreta, o processo de crescimento a considerar é o discreto.**

**Assim, queremos resolver em ordem a t a seguinte equação:**

**25000 = Y2021 . (1+r)t**

**25000 = 19030 . (1+0,0273)t (a taxa 0,0273 vem do exercício 1.1.4)**

**25000/19030 = (1+0,0273)t**

**ln(25000/19030) = ln [(1+0,0273)t] (aplicando logaritmos a ambos os lados)**

**ln(25000/19030) = t. ln [(1+0,0273)] (recordando que o logaritmo da potência é igual ao expoente vezes o logaritmo da base)**

**t = ln(25000/19030) / ln [(1+0,0273)]**

**t = 10,13**

**R: Daqui a sensivelmente 10 anos.**

**2ª parte da resposta (com a taxa do período 2000-2021, que temos de calcular: r=(19030/17231)1/21-1=0,0047**

**Podemos ir diretamente à parte final da resolução anterior e substituir pela nova taxa r:**

**t = ln(25000/19030) / ln [(1+0,0047)] = 58,1**

**R: Daqui a sensivelmente 58 anos. Assinalar a enorme diferença dos resultados (58 vs 10) e como diferentes taxas de crescimento, acumuladas ao longo do tempo, produzem grandes diferenças de longo prazo.**

**Nota: uma parte importante de todos estes exercícios é eles conseguirem fazer estas contas nas calculadoras ou mesmo na barra do browser do Chrome, por exemplo. Cuidado com os parêntesis, necessários sempre que a ordem das operações não é a convencional: PEMDAS: Parenthesis, exponents, multiplication,division, addition, subtraction. Atenção que se se utilizar a barra do Chrome como calculadora, por exemplo, a exponenciação é feita com o acento circunflexo. Por exemplo, para calcular 101/21 escreve-se =10^(1/21)**

1.1.7 At the average annual growth rate (discrete) for 1960-2021, how many years from 2021 will it take for GDP per capita to double? What about if the growth rate is the same as the average for 2000-2021?

**O exercício é semelhante ao anterior, só que a equação é agora:**

**2.Y2021 = Y2021 . (1+r)t , o que simplifica logo para**

**2 = (1+r)t , e, aplicando logaritmos, temos**

**ln(2)=t.ln(1+r)**

**t=ln(2)/ln(1+r) , que alias é a formula geral para o número de períodos que demora a duplicar uma qualquer variávela crescer à taxa r.**

**Substituindo por r=0,0273 (taxa media 1960-2021), temos:**

**t=ln(2)/ln(1,0273) = ~25,7 (e a resposta é daqui a sensivelmente 26 anos.**

**Substituindo por r=0,0047 (taxa media 2000-2021), temos:**

**t=ln(2)/ln(1,0047) = ~147,8 (e a resposta é daqui a sensivelmente 148 anos. Voltar a chamar a atenção para o efeito acumulado ao longo do tempo de diferentes taxas de crescimento.**